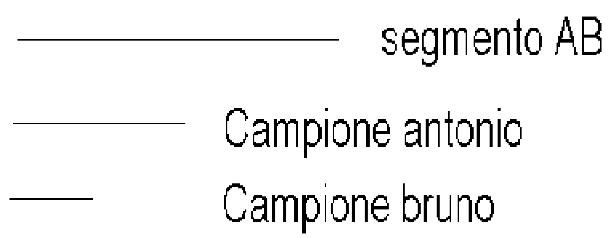
Misure e sistemi di unità di misura   TORNA ALL'INDICE

Significato di misura:

Misurare una grandezza significa confrontare tale grandezza con una grandezza della stesso tipo(una lunghezza con una lunghezza campione , una massa con una massa campione, un tempo con un tempo campione etc) per vedere quante volte dobbiamo sommare la grandezza campione per ottenere una grandezza uguale a quella che sottoponiamo a misura. Dire che il segmento AB misura 3m significa che dobbiamo sommare tre segmenti campioni(metro) per ottenere un segmento uguale ad AB. Per effettuare una misura bisogna perciò saper dire quando due grandezze sono uguali (criterio di uguaglianza) e saper fare la somma delle stesse grandezze. Finché non si stabiliscono le regole del criterio di uguaglianza e della somma fra grandezze dello stesso tipo la grandezza di cui si parla non è misurabile anzi possiamo dire di non conoscerla. Il campione, che deve ,è bene sottolinearlo di nuovo, essere una grandezza omogenea a quella da misurare, deve essere riproducibile e rimanere sempre uguale a sé stesso. La sua scelta, una volta rispettate queste due caratteristiche, è completamente arbitraria. Come campione di lunghezza possiamo scegliere un segmento qualsiasi purché esso nel tempo non si distrugga o cambi.  La scelta arbitraria di campioni di misure, da parte di singole collettività comporterebbe però o incomprensioni o un dispendio continuo di energie, dovendo, ogni volta che si scambiano le misure, passare da un campione all’altro(eseguire continuamente delle equivalenze).

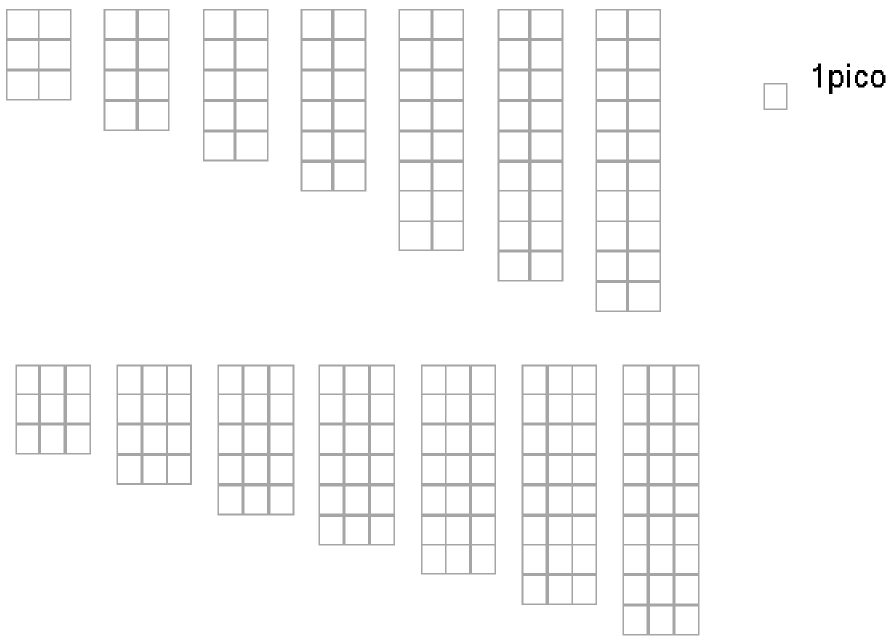
Esempio :




Se misuro il segmento,usando il campione ANTONIO, L=2ANTONIO. Per esprimere la stessa misura nel campione BRUNO devo sapere 1 ANTONIO quanti BRUNO vale e sostituire ad ANTONIO il suo valore in BRUNO. Nel nostro caso 1ANTONIO=2BRUNO, per cui L=2*2BRUNO =4 BRUNO. Per fare una equivalenza bisogna conoscere il valore del campione da sostituire espressa nel campione che si vuole usare e mettere al posto del campione da sostituire la misura di detto campione col campione che si vuole usare. L= 10cm  Se voglio passare a m devo sapere 1cm quanti m è. Poiché 1cm=1/100m =$10^{-2}$m L=10*$10^{-2}$m =10* 1/100m. È opportuno quindi che ci si metta d'accordo per usare gli stessi campioni o unità di misure e i loro multipli e sottomultipli. Non tutte le unità di misura vengono però definite in modo indipendente le une dalle altre in quanto le grandezze sono legate fra di loro da formule matematiche, in genere di derivazione sperimentale , che possono servire per la definizione delle unità di misure.

Superficie dei rettangoli.

Come esempio prendiamo in considerazione la relazione esistente fra la superficie di un rettangolo e la sua base e la sua altezza. Disegniamo 7 rettangoli aventi tutti la stessa base e altezze diverse: Misuriamo le superficie prendendo come unità di misura di superficie un quadratino del foglio e le altezze usando come unità di misura i mm. Ripetiamo la stessa cosa con altri sette rettangoli di base diversa.




Riportiamo le misure nelle seguenti due tabelle.

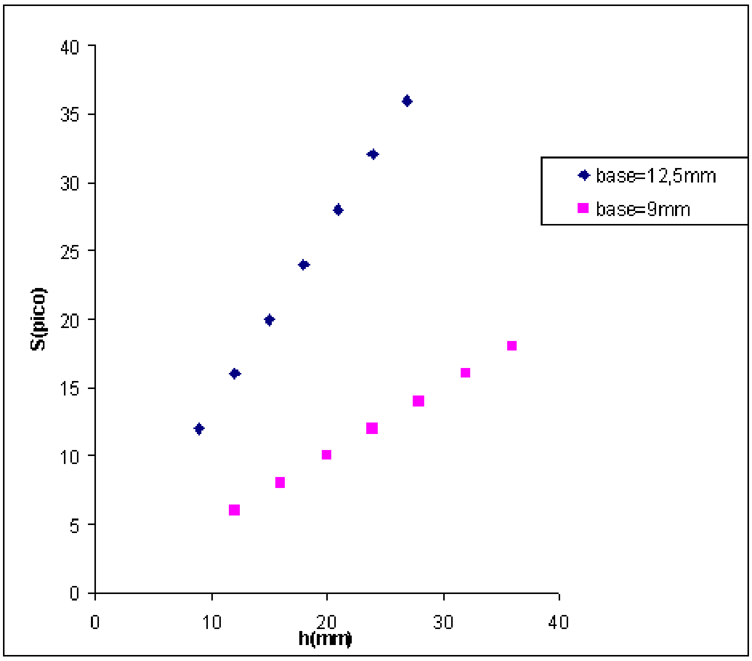
| S(pico) | h(mm) | S/h(pico/mm |
|---|---|---|
| 6 | 12 | 0,5 |
| 8 | 16 | 0,5 |
| 10 | 20 | 0,5 |
| 12 | 24 | 0,5 |
| 14 | 28 | 0,5 |
| 16 | 32 | 0,5 |
| 18 | 36 | 0,5 |

base= 9 mm

| S(pico) | h(mm) | S/h(pico/mm |
|---|---|---|
| 9 | 12 | 0,75 |
| 12 | 16 | 0,75 |
| 15 | 20 | 0,75 |
| 18 | 24 | 0,75 |
| 21 | 28 | 0,75 |
| 24 | 32 | 0,75 |
| 27 | 36 | 0,75 |

base=12,5mm

Costruiamo un sistema di assi cartesiani, riportando sull'asse x l'altezza e sull'asse y le superficie. Per riportare i valori delle tabelle dobbiamo scegliere le unità di misure per l'asse x e y( nel grafico riportato 1cm sull'asse x corrisponde a 5 mm, 1cm sull'asse y a 5 pico). Ogni punto del grafico avrà come coordinate h e S. Le coppie di valori della tabella corrisponderanno ad un punto, che si ottiene dall'incontro della perpendicolare all'asse delle h condotta dal valore dell'altezza del rettangolo e la perpendicolare all'asse delle S condotta dal valore della corrispondente superficie di ogni singolo rettangolo.




Se uniamo i punti rosa (relativi ai rettangoli di base 9mm) otteniamo una retta che se prolungata passa per l'origine degli assi. Lo stesso avviene se uniamo i punti blu. Le due rette avranno pendenza diversa. Il fatto che il grafico ci dia una retta passante per l'origine degli assi significa che le due grandezze sono direttamente proporzionali e quindi il loro rapporto è costante, come si vede nella terza colonna delle tabelle. Siccome poi per i due gruppi di rettangoli la pendenza è diversa le costanti sono diverse(il rapporto di due grandezze direttamente proporzionali rappresenta proprio la pendenza delle rette). Dobbiamo dedurre da ciò che la costante dipende dalla base e che come è ovvio la superficie di un rettangolo dipende anche dalla base. A base maggiore corrisponde costante maggiore ed è perciò presumibile che la superficie è direttamente proporzionale anche la base. Per verificarlo dividiamo la superficie per la base e per l'altezza.

$S/(h*b)=0,5pico/mm/9mm=0.06pico/mm^2$

$S/(h*b)=0,75pico/mm/12,5mm=0.06pico/mm^2$

Possiamo perciò concludere che S=K*b*h dove K è una costante che è valida per tutti i rettangoli.

Se fissiamo in modo autonomo le unità di misure di lunghezza e superficie K avrà un valore ben determinato, che cambierà se variamo le unità di misure. Ad esempio se come unità di misura di superficie prendiamo due quadratini del foglio, le superficie dei rettangoli saranno espresse da un numero diverso.

1pico1=2pico

Consideriamo il primo rettangolo che ha una base di 9mm e un’altezza di 12mm.

S=9pico=9*0,5pico1=4,5pico1.

K=0,06pico/$mm^2$=0,06*0,5pico1/$mm^2$=0,03pico1/$mm^2$. Il valore di K cambia al cambiare delle  unità di misure. Possiamo perciò, una volta fissata in modo autonomo l’unità di misure di lunghezze, scegliere una unità di misura di superficie ,servendoci proprio della relazione S=K*b*h, in modo che la costante K sia eguale ad1. Facendo tale scelta la superficie di un rettangolo si ottiene S=b*h.

L’ unità di superficie è in questo modo derivata da quella di lunghezza e si ottiene ponendo b=1mm e h=1mm. Se l’unità di misura di lunghezza è il mm quella di superficie sarà $mm^2$ e sarà cioè la superficie di un quadrato il cui lato è 1mm.

Sistemi di unità di misura.

L’esempio fatto per le superficie dei rettangoli è valido anche per  altre grandezze. Per creare quindi un sistema di unità di misure è necessario scegliere le grandezze fondamentali (quelle grandezze di cui dobbiamo scegliere l’unità di misura in modo indipendente) e le rispettive unità di misure(campioni). Le unità di misure delle altre grandezze saranno derivate dalle relazioni che legano queste grandezze a quelle fondamentali. Il sistema internazionale di unità di misure SI, adottato da quasi tutte le nazioni nel secolo scorso, ha scelto:

| Grandezza fondamentale | Unità di misura e simbolo |
|---|---|
| lunghezza | Metro m |
| massa | Chilogrammo Kg |
| tempo | Secondo s |
| Intensità di corrente | Ampère A |
| temperatura | Gradi kelvin °K |

LUNGHEZZE

Criterio di eguaglianza:due segmenti sono eguali, se sovrapponendoli e facendo coincidere i punti iniziali, coincideranno anche i punti finali.

Somma : Si fa coincidere l’inizio del secondo segmento con la fine del primo, in modo che giacciano su una stessa retta. IL segmento somma sarà dato dal segmento che ha come inizio il punto iniziale del primo e come fine il punto finale del secondo.

L’unità di misura nel sistema internazionale è il metro.

La prima definizione del metro fu fatta in Francia ,dove alla fine del 700 una commissione di scienziati ebbe l’incarico di mettere ordine nelle diverse unità di misure usate nelle varie regioni. Tale commissione decise di prendere come unità di lunghezza il metro,un segmento eguale alla quarantamilionesima parte del meridiano terrestre. Venne quindi realizzato un’asta di platino e iridio esattamente eguale alla definizione data. Questo campione è oggi conservato nell’ufficio di peso e misure di Sèvres. Nei secoli successive il metro venne adottato come campione di lunghezza da quasi tutti gli stati del mondo e anche dal sistema internazionale. Si è notato che nel corso degli anni il segmento campione subiva delle sia pur piccolissime variazione e perciò la conferenza internazionale di pesi e misure del 1983 decise di adottare come definizione di metro la distanza percorsa dalla luce nel vuoto in un tempo pari a 1/299792458.

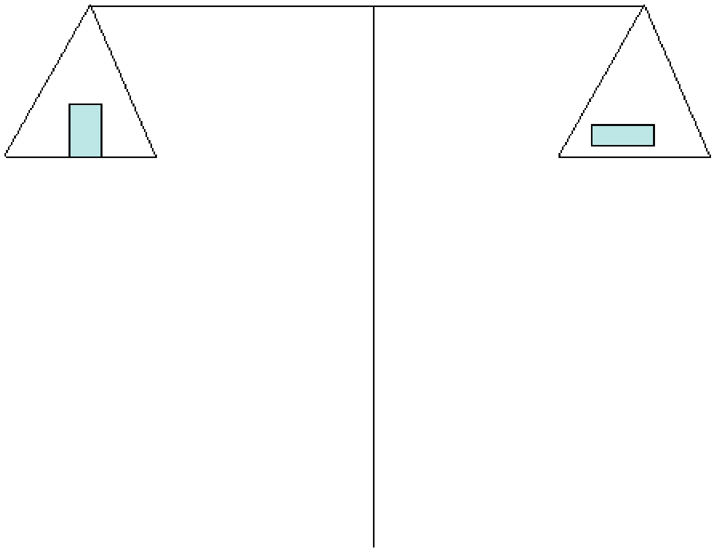
Multipli : decametro dam=10m, ettometro hm=100m=$10^2$m, chilometro Km=1000m=$10^3$m.

Sottomultipli:decimetro dm=1/10m=$10^{-1}$m; centimetro cm=1/100m=$10^{-2}$m; millimetro mm=1/1000m=$10^{-3}$m; micron $\mu$m=1/1000000m=$10^{-6}$m; angstron

A°=$10^{-10}$m.

MASSA

Criterio di eguaglianza: Due corpi hanno la stessa massa se messi su due piatti di una bilancia fanno sì che l’asta della bilancia resti orizzontale. La bilancia è un’asta rigida sospesa orizzontalmente ad un’asse attorno a cui può ruotare, alle sue estremità l’asta è munita di due piattelli ,sui quali poggiare i corpi.



Criterio di somma : Un corpo c ha una Mc=Ma+Mb se ponendo su un piattello c da solo e sull'altro a e b l'asta resta orizzontale.

L'unità di misura della massa è il chilogrammo Kg. Anche questo campione fu scelto alla fine del settecento in Francia. Un chilogrammo è la massa di un decimetro cubo di acqua distillata alla temperatura di 18°C. Fu pure costruito un cilindro di platino e iridio la cui massa è esattamente eguale alla massa di un decimetro cubo di acqua distillata e che è conservato nel museo di pesi e misure di Sèvres.

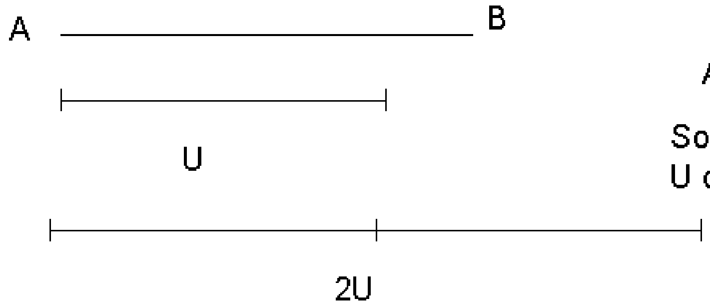
Multipli: Qintale=100Kg=$10^2$Kg; Tonnellate=1000Kg=$10^3$Kg.

Sottomultipli: ettogrammo hg=1/10Kg=$10^{-1}$Kg; decagramma dag=1/100Kg=$10^{-2}$Kg; grammo g=1/1000Kg=$10^{-3}$Kg;

Per comprendere cosa rappresenta la massa si pensi di fare il seguente esperimento. Si prendano due scatole perfettamente eguali e vi si mettano delle palline tutte della stessa massa. Se la massa delle due scatole è eguale il numero di palline è lo stesso, se una scatola ha massa doppia, il numero di palline sarà il doppio. La misura della massa delle scatole ci dà quindi una misura del numero delle palline. I corpi possono ora essere pensati come le nostre scatole, composti da palline perfettamente identiche (i protoni e i neutroni). La misura della massa è una misura del numero dei protoni e neutroni di cui i singoli corpi sono composti. Perciò la massa misura la quantità di materia di cui i corpi sono composti.

ERRORI DI MISURA.

Ogni misura è affetta da una imprecisione. Non possiamo cioè conoscere mai il valore esatto della misura che stiamo eseguendo.



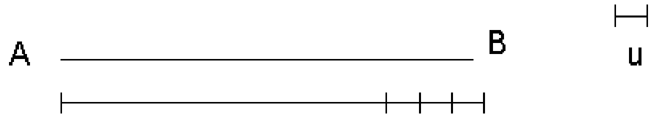

AB>1U

Sommiamo al primo U un secondo U ottenendo :

Si può perciò dire che:

AB<2U;     1U<AB<2U;   AB=1,5U+-0,5U

Stiamo commettendo la misura con un errore di 0,5U. Tale errore può essere diminuito costruendo uno strumento più preciso, che permette di suddividere U in  10u; La somma  di 10 u è eguale ad U  ; 1U=10u 1u=0,1U.



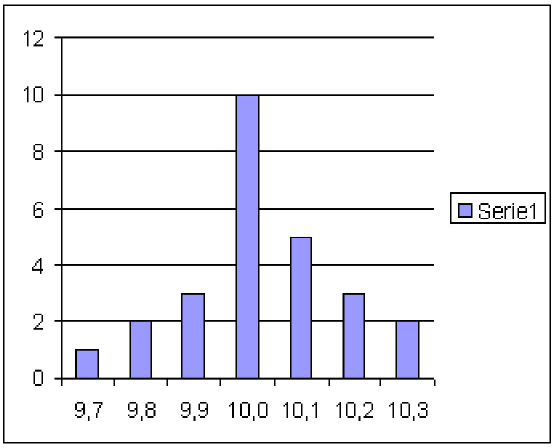

1,2U<AB<1,3;  AB=1,25U+-0,05U

L’imprecisione diminuisce costruendo quindi uno strumento che oltre alle unità di misura riporti anche i decimi delle unità di misura. Possiamo pensare di diminuire sempre di più l’imprecisione costruendo uno strumento che riporti i centesimi i millesimi e così via, ma oltre ad un certo numero di divisioni non possiamo andare oltre che per ragioni tecniche anche per ragioni teoriche. L’errore dovuto allo strumento è la metà della più piccola misura che con quello strumento si può eseguire. Un regolo in cui ci sono i mm ci darà un’imprecisione di 0,5mm, uno che riporta i cm di 0,5cm.

ERRORI CASUALI O ACCIDENTALI.

Se usiamo uno strumento molto preciso e ripetiamo la misura della stessa grandezza più volte otteniamo valori casualmente diversi( a volte minori ,a volte maggiori). Ciò è dovuto al fatto che le misure sono influenzate da diverse fattori la cui azione non può essere predeterminata. In questo caso dobbiamo eseguire la misura N volte e prendere come dato più attendibile, che tenga conto di tutte le misurazioni eseguite la media aritmetica delle N misure. La media si calcola sommando le N misure e dividendo il risultato per N. Come imprecisione si prende la semidifferenza fra la misura massima e la misura minima. Per capire perché si prende la media aritmetica fare eseguire 100 misure dell’intervallo di tempo di 10 oscillazioni di un pendolo con un cronometro manuale. Si conta quindi il numero di volte di uscita delle varie misure. Sull’asse delle x si riportano le varie misure dalla più piccola alla più grande, si costruisce per ogni misura un rettangolo con la stessa base e la cui altezza  è proporzionale al numero di uscita della misura. Il grafico che si ottiene si chiama istogramma.

| Num.val | T(s) |
|---|---|
| 1 | 9,7 |
| 2 | 9,8 |
| 3 | 9,9 |
| 10 | 10,0 |
| 5 | 10,1 |
| 3 | 10,2 |
| 2 | 10,3 |




La media è 10,03s e divide il grafico in due parti all’incirca egualmente popolate. Se si eseguono cento lanci di dadi e si riportano sull’asse x le 11 combinazioni possibili da 2 a 12 e si costruiscono dei rettangoli di base eguale e di altezza pari al numero delle uscite delle singole combinazioni si ottiene un istogramma simile al precedente. Le combinazioni più probabili dividono il grafico in zone all’incirca egualmente numerose. La media aritmetica è come le combinazioni più probabili.

La misura del nostro intervallo di tempo è:

t=10,03s+-0,3s.

CIFRE SIGNIFICATIVE

Si noti che nella misura precedente l’errore è sui decimi di secondo e quindi è del tutto inutile riportare anche i centesimi, che non hanno nessun significato, quindi la scrittura esatta della misura precedente è t=10,0s+-0,3s.

Abbiamo approssimato per difetto in quanto la cifra che non scriviamo è minore o eguale a 5. Notare che si è scritto anche lo zero dopo la virgola per indicare che le cifre significative sono 3 e non 2 anche se 10=10,0.

Se la cifra eliminata è superiore a 5 si approssima per eccesso, l’ultima cifra scritta (significativa) va aumentata di 1.

Se la media è 10,06 t=10,1s+-0,3s.

T=0,030s Il numero ha 2 cifre significative . Gli zeri antecedenti alla prima cifra diversa da zero non si contano, gli zeri che stanno dopo si contano.

ERRORI PERCENTUALI O RELATIVI .

La precisione di una misura non dipende solo dall’errore assoluto, ma anche da quanto è grande la misura, così come il vantaggio di un acquisto non dipende solo dal risparmio ma anche dalla cifra che si spende. Non è la stessa cosa risparmiare 1€ su 10 € o lo stesso euro su 1000 €, così non è la stessa cosa l’imprecisione di 1mm su 10 mm o la stessa imprecisione su 1m.

Come per confrontare i risparmi si ricorre al risparmio percentuale, così per confrontare la precisione di due misure si ricorre all’errore relativo o percentuale.

Risparmio:prezzo=risp%:100

$Err_{ass}$ :misura = Err%:100

$Err_{ass}$ :misura = $Err_{rel}$:1.

L’errore percentuale è riportata a 100, l’errore relativo a 1.

Risp%=Risparmio/prezzo*100; Err%= $Err_{ass}$ /misura*100; $Err_{rel}$=$Err_{ass}$/misura

Esempi: L=10mm+-0,5mm; $Err_{rel}$= 0,5mm/10mm=0,05

M=10kg+-1kg ; $Err_{rel}$ =1kg/10kg=0,1

La misura più precisa è quella con errore relativo minore. Negli esempi la prima. Notare che l’errore relativo è un numero puro(senza unità di misura) e perciò tramite l’errore relativo si possono confrontare anche misure di grandezze diverse.

Se una misura si ottiene tramite la divisione o la moltiplicazione di altre due grandezze, l'errore relativo del risultato è dato dalla somma degli errori relativi delle due grandezze. L'errore assoluto del risultato è dato perciò dal prodotto dell'errore relativo per il risultato stesso.

a=10cm+-0,5cm; $err_{rel\ a}$ = 0,5cm/10cm=0,05;

b=5cm+- 0,5cm; $err_{rel\ b}$ = 0,5cm/5cm =0,1:

S=a*b; $err_{rel\ S}$ = $err_{rel\ a}$ + $err_{rel\ b}$ = 0,05+0,1=0,15;

$err_{ass\ S}$ = $err_{rel\ S}$ **(a*b)**=10cm*5cm*0,15=7cm$^2$

S=10cm*5cm+-7 cm$^2$ =50cm$^2$+-7cm$^2$

In formula S=a*b +-($Err_{ass\ a}$/a +$Err_{ass\ b}$/b)*a*b.

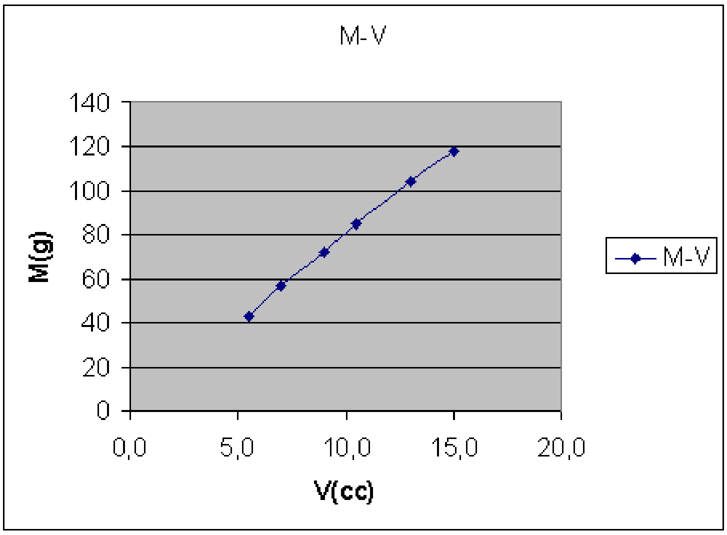
a=S/b+-($Err_{ass\ S}$/S+$Err_{ass\ b}$/b)*S/b;

DENSITA':

Si sa che la massa di corpi, composti della stessa sostanza, varia al variare del loro volume. Per vedere che relazione esiste tra massa e volume si prendano corpi della stessa sostanza e per ognuno si misuri la massa con la bilancia e il volume con un cilindretto graduato. I dati sono riportati nella tabella .

| m(g)+-err(g) | V(cc)+-err(cc) | M/V(g/cc)+-err(g/cc) |
|---|---|---|
| 43 +- 1 | 5,5 +- 0,5 | 7,8 +- 0,9 |
| 57 +- 1 | 7,0 +- 0,5 | 8,1 +- 0,7 |
| 72 +- 1 | 9,0 +- 0,5 | 8,0 +- 0,6 |
| 85 +- 1 | 10,5 +- 0,5 | 8,1 +- 0,5 |
| 104 +- 1 | 13,0 +- 0,5 | 8,0 +- 0,4 |
| 118 +- 1 | 15,0 +- 0,5 | 7,9 +- 0,3 |

Riportando sull'asse x i volumi e su quello y le masse si ha il seguente grafico.




I punti sono allineati e la retta passa per l'origine degli assi. Le grandezze massa e volume sono direttamente proporzionali. Il loro rapporto è perciò costante. Si noti che nella tabella il rapporto M/V non dà esattamente lo stesso valore , questo perché bisogna tener conto degli errori di misura. Infatti due valori sono eguali quando la loro differenza in valore assoluto è minore della somma degli errori. Ci siamo calcolati perciò l'errore assoluto del rapporto $(err_{ass\ m}/M+err_{ass\ V}/V)*M/V$. Se nella tabella si va a fare la differenza fra i vari valori del rapporto essa è sempre minore della somma dei relativi errori. Si noti pure che se approssimiamo il rapporto alla prima cifra senza errore (nel nostro caso è quella delle unità) si ottiene in tutti casi 8. Possiamo concludere che massa e volume sono direttamente proporzionali e che il loro rapporto è costante. Questa costante varia solo se variamo il materiale di cui i corpi sono formati (infatti se pigliamo un corpo di materiale diverso il rapporto M/V è diverso). Il rapporto M/V misura una caratteristica del materiale, che ci dà la quantità di materia per unità di volume e viene chiamata densità d=M/V. Nel nostro caso possiamo prendere come valore della densità la media aritmetica dei 6 valori

d=(7,8+8,0+8,1+8,1+8,0+7,9)g/cc/6=8,0g/cc+-0,9g/cc (come errore abbiamo preso il più grande). Se vogliamo la densità nel SI dobbiamo passare i g in kg e i cc in $m^3$.

$1g=0{,}001kg=10^{-3}kg$; $1cm =0{,}01m = 10^{-2}m$ da cui $1cm^3=0{,}000001m^3=10^{-6}m^3$

$d=8{,}0*10^{-3}kg/10^{-6}m^3 +-0{,}9*10^{-3}kg/10^{-6}m^3=8{,}0*10^3kg/m^3+-0{,}9*10^3kg/m^3$.

Ogni materiale ha la propria densità, che è opportuno ripetere è data dal rapporto M/V