

## PRINCIPIO DI INERZIA . [TORNA ALL'INDICE](#)

Il moto rettilineo uniforme , che è quel moto in cui la velocità non cambia mai né direzione né intensità, avviene quando sul corpo agisce o non agisce una forza?

A tale domanda la risposta, che in genere si ottiene, è che per aversi un moto c'è bisogno dell'azione di una forza. Questo perché nei moti che avvengono intorno a noi, si nota che appena la forza cessa di agire, il corpo tende a fermarsi. La bicicletta se non pedalo dopo un certo tempo si arresta, la macchina, se spengo il motore pure e così tutti i corpi, quando viene meno la forza motrice.

A questo punto è opportuno notare che per fare l'esperienza del moto rettilineo uniforme con la rotaia a cuscino d'aria, abbiamo fatto agire il pesetto per un breve intervallo di tempo, dopo di che abbiamo bloccato la sua azione, facendolo fermare da un piattello. Le misure sono state effettuate quando sul corpo non agisce nessuna forza, il pesetto non tira il carrello e il cuscino d'aria annulla quasi completamente l'attrito, che è una forza che si oppone al movimento e quindi lo rallenta fino a bloccarlo. Nel caso dei corpi che si muovono sulla superficie terrestre l'attrito è sempre presente. La bici, quando si cessa di pedalare, tende a fermarsi perché su di essa agisce una forza che ha verso opposto rispetto al movimento della bici e così avviene per tutti i corpi. Quindi è la presenza di una forza che rallenta il moto dei corpi e tale forza è la forza d'attrito. Se la forza motrice, ad esempio la forza data dalla pedalata, è eguale alla forza d'attrito, la somma vettoriale delle due forze è zero e la bici si muove di velocità costante. Se aumenta la forza motrice, la velocità aumenta fino a quando la forza di attrito, che dipende dalla velocità, non diventa di nuovo eguale alla forza motrice. Da questo momento in poi la velocità diviene di nuovo costante. Tutto il contrario succede se aumenta la forza d'attrito(perché tiro il freno) o diminuisce la forza motrice perché spingo di meno sui pedali.

Da quanto detto possiamo concludere:

**SE SU UN CORPO NON AGISCE NESSUNA FORZA O LA SOMMA DELLE FORZE è NULLA, IL CORPO O STA FERMO O SI MUOVE DI MOTO RETTILINEO UNIFORME, CONSERVANDO LA VELOCITÀ IN DIREZIONE VERSO E INTENSITÀ.**

L'enunciato precedente si chiama anche principio di inerzia, e si può enunciare dicendo che ogni corpo possiede un'inerzia, dove per inerzia intendiamo la capacità di un corpo a conservare il proprio stato di moto, o l'opposizione dei corpi al cambiamento dello stato di moto.

Il primo a ragionare in tal modo fu Galileo Galilei. Infatti fino a Galilei, in conformità con Aristotele, si riteneva che per aversi un movimento c'era bisogno sempre di una forza. Galilei ,studiando il moto di una sferetta, rilevò che una pallina che scende lungo un piano inclinato accelera a causa della componente parallela al piano della

forza peso concorde con la velocità, una che sale lungo il piano diminuisce la propria velocità a causa della stessa componente, discorde con la velocità. Una sfera, che dopo la discesa raggiunge un piano orizzontale, si dovrebbe muovere di velocità costante perché la componente della forza peso parallela al piano è nulla. Il fatto che questa sferetta subisca un rallentamento è dovuto alla forza d'attrito che si oppone al movimento. Per essere certo di questa ipotesi Galilei ideò questo esperimento. L'attrito è dovuto essenzialmente alla rugosità del piano, perciò, se si leviga meglio il piano, esso diminuisce e il corpo rallenta la velocità sempre di meno e al limite se si riesce ad annullare completamente l'attrito, una sferetta lanciata lungo un piano orizzontale non varia per nulla la propria velocità. La grande innovazione di Galilei sta nel fatto che una volta formulata un'ipotesi (è la forza d'attrito che rallenta i corpi), questa per essere vera deve essere sottoposta alla verifica sperimentale (faccio una esperienza in cui elimino l'attrito, se la velocità non varia l'ipotesi può essere accettata).

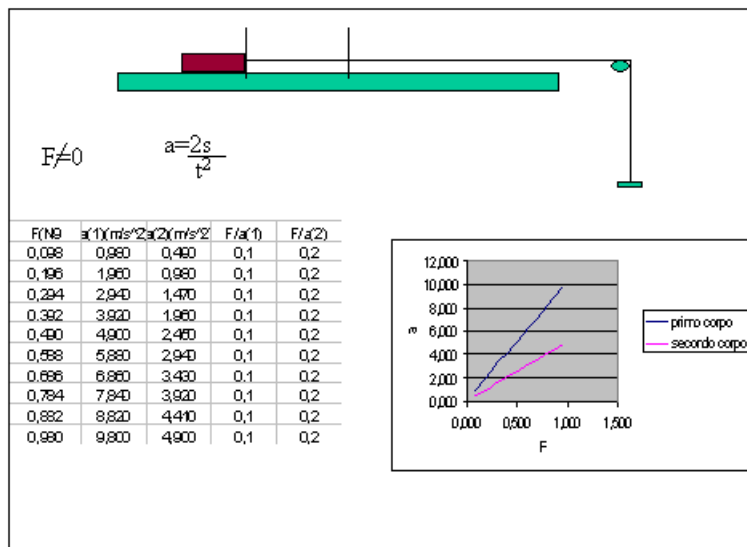
**PER QUESTO MOTIVO È UNIVERSALMENTE RICONOSCIUTO CHE GALILEI È IL FONDATORE DELLA SCIENZA MODERNA SPERIMENTALE. PER ARISTOTELE E PER TUTTI GLI STUDIOSI CHE LO SEGUIRONO, FINO A GALILEI, BASTAVA OSSERVARE I FENOMENI E FORMULARE DELLE IPOTESI, LOGICAMENTE CORRETE, NON C'ERA BISOGNO DELLA VERIFICA SPERIMENTALE.**

## LA SECONDA LEGGE DELLA DINAMICA.

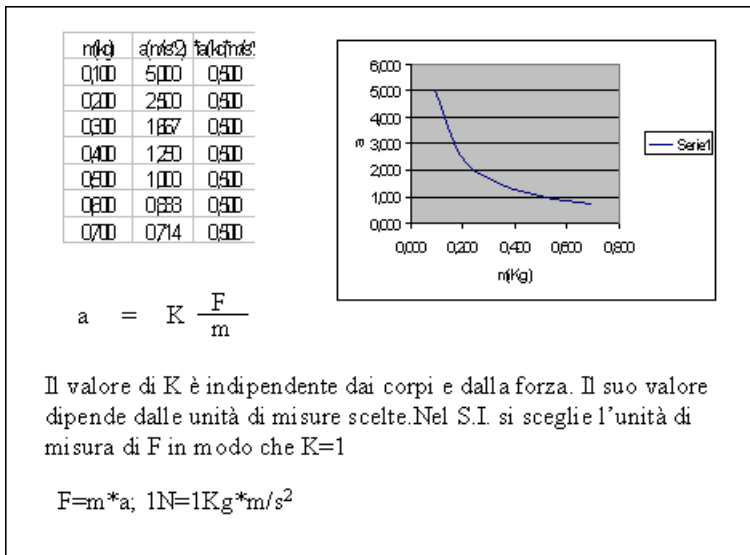
Se vogliamo che un corpo cambi la propria velocità gli si deve applicare una forza. Se un corpo è inizialmente fermo, in seguito all'applicazione della forza si muoverà nella direzione e verso della forza di moto uniformemente accelerato. Si noti che con la rotaia a cuscino d'aria per studiare il moto uniformemente accelerato, non abbiamo bloccato il pesetto che tira il carrellino. Una forza applicata ad un corpo provoca un'accelerazione che ha la stessa direzione e verso della forza.

L'accelerazione che il corpo avrà dipende dalla forza applicata e dal corpo cui la forza è applicata. Per studiare la relazione che esiste fra accelerazione e forza si fa la seguente esperienza con la rotaia a cuscino d'aria. Sul carrellino si mettono 5 pesetti, ognuno di massa 10g. La forza è data dal peso del portapesi di massa 10g che si fa scendere e che trascina anche il carrellino. Questa forza, che in newton vale  $9,8 \cdot 10^{-2} \text{N}$  dà l'accelerazione al carrellino, ai cinque pesetti e al portapesi. L'accelerazione che i vari corpi hanno si calcola misurando il tempo impiegato a percorrere un dato spazio  $s$  e applicando la formula  $a = 2s/t^2$  (si tratta di un moto uniformemente accelerato con velocità iniziale nulla). Per aumentare la forza basta spostare un pesetto da 10g dal carrellino al portapesi, così la forza diventa il peso di due pesetti  $19,6 \cdot 10^{-2} \text{N}$  e i corpi su cui agisce non cambiano (carrellino, 4 pesetti sul carrellino, un pesetto sul portapesi e il portapesi). I risultati che si

ottengono sono simili a quelli riportati nella tabella seguente.



Come si vede , il grafico accelerazione forza è una retta passante dall'origine degli assi. Accelerazione e forza sono direttamente proporzionali e il [rapporto F/a è una costante](#). Tale rapporto cambia se cambiamo corpo. Infatti se facciamo la stessa esperienza con un corpo diverso otteniamo sempre una retta, ma con pendenza diversa e quindi F/a è diverso. F/a misura perciò una proprietà del corpo a cui la forza è applicata. Questa nuova proprietà dei corpi è proprio l'inerzia dei corpi. Infatti più grande è il valore di questo rapporto , più piccola è l'accelerazione subita dal corpo a parità di forza applicata. Il corpo con inerzia maggiore si oppone di più al cambiamento di velocità e quindi ha un'accelerazione minore. Ogni corpo ha un'inerzia che possiamo misurare proprio tramite il rapporto F/a, ma ogni corpo ha anche una massa, che si misura con la bilancia e la cui unità di misura è il Kg. Si può pensare che la massa misuri pure l'inerzia. Ciò significa prender per la massa e l'inerzia lo stesso campione e se la massa di un corpo è 2Kg, è cioè una massa pari alla somma di due campioni, anche l'inerzia di detto corpo è la somma dell'inerzia di due campioni. Se tutto questo è vero applicando la stessa forza a corpi di massa diversa l'accelerazione è inversamente proporzionale alla massa. Se la massa di un corpo è doppia, l'accelerazione subita dal corpo è la metà. Infatti se con la rotaia a cuscino d'aria si misura l'accelerazione subita dal carrellino sotto l'azione del solo, portapesi e poi l'accelerazione subita dallo stesso carrellino con sopra una massa aggiuntiva si hanno i seguenti risultati.



Se la forza applicata a corpi di massa diversa è la stessa, il grafico accelerazione massa è un ramo di iperbole e perciò le due grandezze sono inversamente proporzionali e il loro prodotto  $m*a$  è costante. Con la bilancia possiamo quindi misurare anche l'inerzia oltre alla quantità di materia, perciò la grandezza misurata con la bilancia è anche chiamata massa inerziale.

**Se su un corpo agisce una forza costante, esso si muove di moto uniformemente accelerato e l'accelerazione è direttamente proporzionale alla forza applicata e inversamente proporzionale alla massa del corpo.**

$$a=k*F/m$$

Nel S.I. si sceglie l'unità di misura di forza in modo che la costante sia eguale ad uno e perciò :

$$a=F/m; F=m*a; m=F/a$$

L'unità di misura di forza del sistema internazionale il Newton si ricava proprio dalla relazione  $F=m*a$ . La forza sarà unitaria quando  $m=1Kg$  e  $a=1m/s^2$  e **quindi sarà quella forza che applicata alla massa di 1Kg provocherà l'accelerazione di  $1m/s^2$ .**

$$1N=1Kg*m/s^2 .$$

Conoscendo il valore della forza applicata possiamo calcolarci l'accelerazione e, se la forza agisce nella direzione della velocità il moto sarà uniformemente accelerato con a positivo se il verso è concorde, negativo se il verso è discorde.

## CADUTA DEI GRAVI .

Un corpo, lasciato libero ad una certa altezza si muove verso la superficie terrestre, seguendo una traiettoria che è perpendicolare alla superficie terrestre e il moto sarà

uniformemente accelerato. Infatti, se ci limitiamo a piccole altezze (piccole rispetto al raggio terrestre), sul corpo agisce una forza costante, che è diretta verticalmente verso la superficie terrestre e che è la forza di attrazione terrestre, chiamata anche forza peso. Tutti i corpi, se lasciati cadere dalla stessa altezza, impiegano lo stesso tempo per arrivare al suolo (le piccole differenze di tempo di caduta sono dovute essenzialmente all'attrito dell'aria), hanno cioè la stessa accelerazione. Questa accelerazione è chiamata di gravità e si indica con la lettera  $g$  e il suo valore cambia al cambiare della posizione del corpo rispetto alla terra, in quanto con il variare della posizione cambia la forza peso (il valore di  $g$  al livello del mare e a  $45^\circ$  gradi latitudine vale  $9,806\text{m/s}^2$ ). Il fatto che  $g$  è lo stesso per tutti i corpi che si trovano nella stessa zona, significa che al variare del corpo varia sia  $m$  (massa del corpo), che  $P$  (forza peso) ma in modo che il loro rapporto è costante  $P/m=K$  e tale costante è proprio  $g$

$$P/m=g; P=m*g.$$

Quindi se sappiamo la massa di un corpo espressa in Kg, per sapere il suo peso espresso in N basta moltiplicare la massa per  $g$ . Da qui l'abitudine di dire che con la bilancia si effettuano delle misure di peso, mentre in realtà la bilancia serve a misurare la massa dei corpi.

Ai corpi in caduta libera si applicano le equazioni del moto uniformemente accelerato con  $g$  al posto di  $a$ .

$$S=1/2*g*t^2; v=g*t;$$

Sapendo  $h$  possiamo calcolare il tempo che il corpo impiega per arrivare al suolo e la velocità con cui il corpo arriva al suolo.

$$h=1/2*g*t_c^2; t_c = \text{Radq}(2h/g); v_s = g*\text{radq}(2h/g) = \text{radq}(2gh).$$

Se lanciamo un corpo verticalmente verso l'alto con una velocità  $v_0$ , esso salirà, diminuendo la propria velocità, fino quando essa si annulla e poi torna indietro. Nel punto in cui la velocità si annulla il corpo avrà raggiunto la sua altezza massima. In questo caso  $v_0$  e l'accelerazione hanno verso opposto. Se prendiamo come positivi i versi della velocità verso l'alto, l'accelerazione sarà negativa e se con  $g$  indichiamo il valore assoluto dell'accelerazione di gravità sarà  $a=-g$ . perciò:

$$s=v_0*t-1/2g*t^2; v=v_0-g*t;$$

Conoscendo  $v_0$  (la velocità di lancio) possiamo calcolare il tempo che il corpo impiega a raggiungere la massima altezza ( $t_s$ ) e la massima altezza raggiunta ( $h$ ). Si ricordi che quando  $s=h$  (al tempo  $t_s$ )  $v=0$ :

$$v_0-g*t_s=0; t_s=v_0/g; h=v_0*v_0/g-1/2g*v_0^2/g^2; h=1/2v_0^2/g.$$

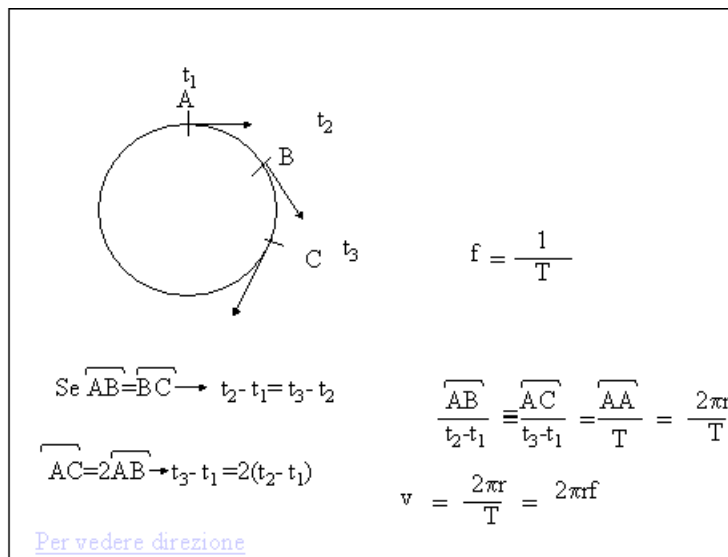
Il tempo che il corpo impiegherà a scendere è esattamente eguale al tempo di salita.

## MOTO CIRCOLARE UNIFORME.

Se il corpo percorre una circonferenza il moto si dice circolare. Se il corpo percorre archi eguali in tempi eguali, arco doppio in tempo doppio il moto prende il nome di moto circolare uniforme. In questo caso per compiere un giro completo il corpo impiega sempre lo stesso intervallo di tempo che è chiamato periodo  $T$ . Dopo un periodo il corpo riprenderà la stessa posizione iniziale e la stessa velocità. Perciò questo movimento appartiene ai moti periodici. La velocità di tale movimento non è costante. Infatti la velocità è una grandezza vettoriale e per essere costante non deve cambiare né in intensità, né in direzione né in verso (moto rettilineo uniforme). Nel moto circolare uniforme è costante solo l'intensità della velocità, mentre la direzione cambia continuamente, altrimenti il corpo non potrebbe curvare. L'intensità della velocità, che si indica con  $v$  si può calcolare facendo il rapporto fra l'arco descritto e l'intervallo di tempo impiegato, se cambiamo arco cambia anche l'intervallo di tempo e il rapporto resta lo stesso, essendo il moto uniforme.

$$V = \frac{AB}{\Delta t} = \frac{AA}{T} = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r \cdot f.$$

Infatti se come arco prendiamo l'intera circonferenza, l'intervallo di tempo è il periodo  $T$ . La frequenza  $f$  rappresenta il numero di giri al secondo ed è l'inverso del periodo e la sua unità di misura è  $1/s$  chiamata anche Hz.  $f=1/T$   $T=1/f$ . Per quanto riguarda la direzione della velocità, essa cambia in continuazione ed è in ogni punto tangente alla circonferenza. Il moto circolare uniforme per potere avvenire ha bisogno dell'applicazione di una forza, in quanto, come detto, esiste una variazione di velocità (la differenza di due vettori che abbiano la stessa intensità, ma direzione differente è diversa da zero) e quindi esiste un'accelerazione. Infatti se pongo su un piano perfettamente liscio un corpo che è trattenuto da una molla in un punto  $O$ , in modo che la molla possa ruotare e gli do una spinta iniziale, questi si muoverà di moto circolare uniforme e la molla subirà un allungamento. La molla si allunga per generare una forza diretta verso  $O$  e che è responsabile della curvatura della traiettoria, cioè del cambiamento continuo di direzione. Se la molla viene tagliata quando il corpo si trova in un punto  $A$  della circonferenza, la forza responsabile della variazione di velocità cessa e da questo punto il corpo si muoverà di moto rettilineo uniforme con la velocità che ha nel punto  $A$ . L'esperienza ci insegna che il corpo da  $A$  in poi percorrerà una retta (nuova traiettoria) [tangente alla circonferenza nel punto A](#). Tale retta rappresenta la direzione della velocità del moto circolare nel punto  $A$  della circonferenza. La velocità è quindi un vettore di lunghezza eguale, qualsiasi sia la posizione occupata dal corpo, e sempre tangente alla circonferenza nel punto in cui il corpo si trova.



L'accelerazione è data dalla differenza vettoriale fra i vettori  $v_a$  e  $v_b$  fratto l'intervallo di tempo in cui questa variazione è avvenuta (intervallo di tempo che deve essere prossimo a zero). L'accelerazione avrà la stessa direzione della forza, sarà sempre diretta verso il centro della circonferenza (giace sulla direzione del raggio) ed è perciò chiamata accelerazione centripeta. L'intensità dell'accelerazione centripeta sarà:

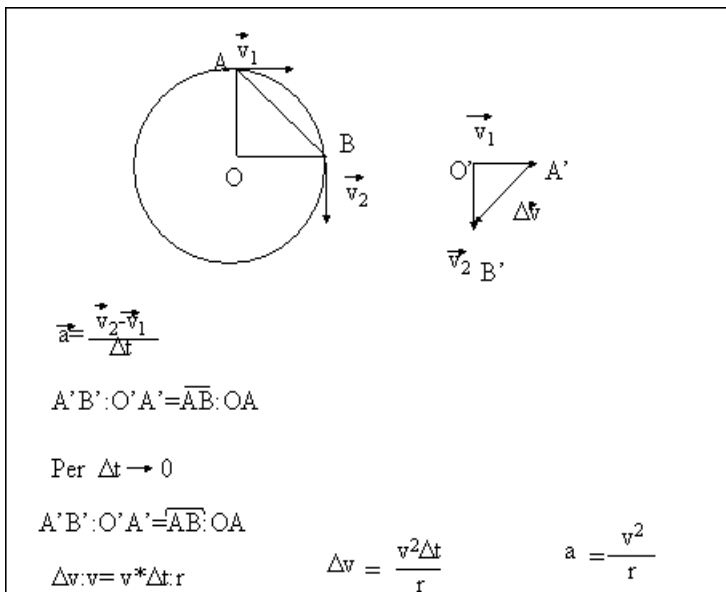
$$a_c = v^2/r$$

dove  $v$  è l'intensità della velocità  $2\pi r/T$  e  $r$  è il raggio della circonferenza.

$$a_c = (2\pi r/T)^2/r = 4\pi^2 r/T^2$$

Si noti che i vettori velocità e accelerazione sono fra di loro perpendicolari. Se su un corpo agisce una forza parallela alla velocità, vi sarà una variazione di intensità della velocità e non di direzione, se la forza è perpendicolare vi sarà una variazione di direzione (il corpo curva) e non di intensità. Se vi è una componente della forza parallela alla velocità e un'altra perpendicolare, la velocità cambierà sia in intensità che in direzione.

## Calcolo accelerazione centripeta.



Per calcolare l'accelerazione centripeta dobbiamo fare la differenza vettoriale fra i vettori  $v_2$  e  $v_1$ . La differenza è un vettore che aggiunto a  $v_2$  (minuendo) ci dà  $v_1$  (sottraendo). Se riportiamo i due vettori nel punto  $O'$ , il vettore  $\Delta v$  è rappresentato da  $A'B'$ . I triangoli  $O'A'B'$  e  $OAB$  sono simili, in quanto isosceli con l'angolo in  $O$  e  $O'$  eguali. I lati omologhi sono perciò in proporzione.

$$A'B':O'A' = \overline{AB}(\text{corda}):OA$$

Se  $\Delta t$  tende a zero gli angoli in  $O$  e  $O'$  diminuiscono (tendono anche essi a zero) ma i triangoli sono sempre simili e la differenza fra la corda  $AB$  e l'arco  $AB$  diviene trascurabile. Perciò per  $\Delta t$  tendente a zero la proporzione diventa:

$$A'B':O'A' = \overline{AB}(\text{arco}):OA$$

L'arco  $AB$  è lo spazio percorso nel tempo  $\Delta t$  e quindi:

$$\overline{AB}(\text{arco}) = v \cdot \Delta t$$

$$A'B' = \Delta v; \quad O'A' = v; \quad OA = r$$

$$A'B' = \overline{AB}(\text{arco}) \cdot O'A' / OA$$

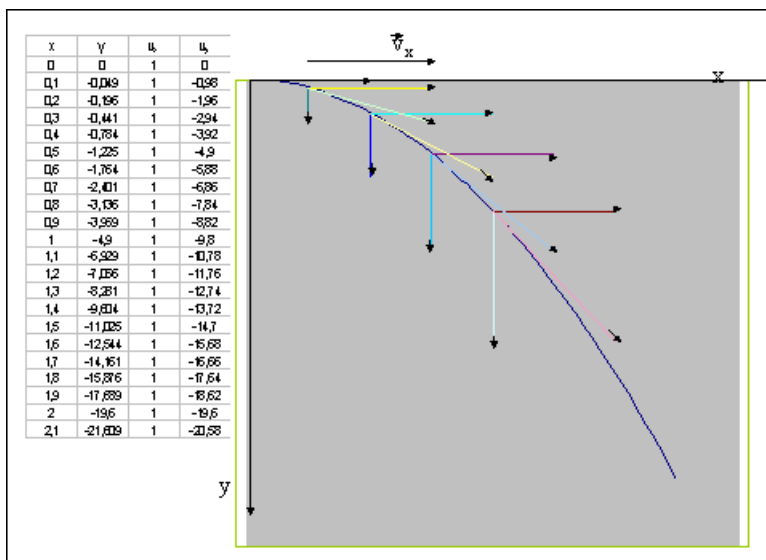
$$\Delta v = v \cdot \Delta t \cdot v / r = v^2 \cdot \Delta t / r$$

L'intensità dell'accelerazione si ottiene dividendo l'intensità del vettore  $\Delta v$  per  $\Delta t$ .

$$a_c = v^2/r$$

La direzione dell'accelerazione è perpendicolare a  $v$  e quindi giace lungo il raggio. Infatti per  $\Delta t$  tendente a zero anche l'angolo in  $O'$  tende a zero e perciò l'angolo fra  $\Delta v$  e  $v$   $A'B'$  e  $O'A'$  tende ad un angolo retto.

## MOTO DI UN GRAVE CHE CADE CON VELOCITÀ ORIZZONTALE NON NULLA



Per studiare la traiettoria di un grave che, mentre cade, si muove anche orizzontalmente, dobbiamo studiare separatamente i moti lungo X asse orizzontale e lungo Y asse verticale alla superficie terrestre. Se il moto avvenisse solo lungo X sarebbe uniforme quindi se al tempo 0 il corpo è in O origine degli assi  $x=v*t$  e  $v_x=v$ . Se avvenisse solo lungo Y asse verticale alla superficie terrestre sarebbe uniformemente accelerato con velocità iniziale nulla e accelerazione pari a  $g$ . Perciò  $y=1/2*g*t^2$  e  $v_y=g*t$ . Per conoscere la posizione effettiva dobbiamo per ogni tempo individuare il punto di coordinate  $x,y$  e per sapere la velocità dobbiamo fare la somma vettoriale fra  $v_x$  e  $v_y$ . Nella tabella sono riportati i vari valori. Unendo i vari punti del grafico otteniamo la traiettoria che è una parabola e facendo punto per punto la somma vettoriale la velocità. Si noti che il vettore velocità è in ogni punto tangente

alla parabola. Inoltre tale vettore cambia sia in direzione che in intensità. Infatti la forza peso che agisce sul corpo è sempre perpendicolare alla superficie terrestre e quindi avrà una componente parallela alla velocità, responsabile della variazione di intensità e una componente perpendicolare responsabile del cambiamento di direzione. Si noti che all'inizio è maggiore la componente perpendicolare e quindi si ha una maggiore curvatura e un minor cambiamento di intensità. All'aumentare del tempo, diviene maggiore la componente parallela e perciò si ha una minore curvatura (cambiamento di direzione) e una maggiore variazione di intensità. Per calcolare la distanza in cui il corpo tocca il suolo dobbiamo conoscere  $h$  e  $v$ . Infatti  $d=v \cdot t_c$  dove  $t_c$  è il tempo di caduta. tale tempo è il tempo necessario a percorrere lungo  $y$  uno spazio pari ad  $h$ .

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t_c^2; t_c = \sqrt{2h/g}$$

$$d = v \cdot \sqrt{2h/g}$$

#### FORZA DI ATTRAZIONE TERRESTRE.

Ogni corpo che ha una certa massa è attratto dalla terra con una forza, che è direttamente proporzionale alla sua massa (l'accelerazione di gravità è la stessa per tutti i corpi), e che dipende anche dalla distanza del corpo dal centro della terra (la molla si allunga in modo diverso, agganciando lo stesso corpo ad altezze diverse dalla superficie terrestre, il peso dipende dalla posizione). Come varia la forza al variare della distanza dal centro della terra? Per dare una risposta a questa domanda possiamo paragonare le accelerazioni di gravità a due distanze diverse. Infatti il rapporto fra le accelerazioni di gravità, che è bene ricordarlo non dipendono dalla massa del corpo, è uguale al rapporto fra le forze. Newton paragonò l'accelerazione di gravità subita da un corpo sulla superficie terrestre (distanza dal centro pari al raggio terrestre) con l'accelerazione centripeta della luna nel suo moto intorno alla terra. La luna infatti è tirata verso la terra dalla stessa forza che fa cadere un corpo sulla superficie terrestre e quindi la sua accelerazione centripeta è l'accelerazione di gravità rispetto alla terra.

Se indichiamo con  $g(R_l)$  l'accelerazione di gravità di un corpo che si trovi ad una distanza dal centro terrestre pari alla distanza della luna,  $g(R_l) = a_c$  e  $R_l$  è il raggio dell'orbita lunare.

$$g(R_l) = a_c = v^2 / R_l$$

$v = 2\pi R_l / T$  con  $T$  periodo della luna intorno alla terra

$$g(R_l) = 4\pi^2 R_l / T^2$$

$$R_t = 3,8 \cdot 10^8 \text{ m}; T = 27,32 \text{ d} = 27,32 \cdot 3,6 \cdot 10^3 \cdot 24 \text{ s} = 2,36 \cdot 10^6 \text{ s}$$

$$g(R_t) = 4 \cdot 3,1^2 \cdot 3,8 \cdot 10^8 \text{ m} / (2,36 \cdot 10^6)^2 \text{ s}^2$$

$$g(R_t) = 26,2 \cdot 10^{(8-12)} \text{ m/s}^2 = 2,6 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$$

Questa accelerazione di gravità è più piccola di quella che ha un corpo sulla superficie terrestre, a distanza pari al raggio terrestre, quindi al crescere di R la forza diminuisce.

$$g(R_t) = 9,8 \text{ m/s}^2; R_t = 6,4 \cdot 10^6 \text{ m}$$

Siccome le accelerazioni diminuiscono il rapporto  $g(R_t)/g(R_t)$  deve essere paragonato con il rapporto  $R_t/R_t$ .

$$g(R_t)/g(R_t) = 9,8 \text{ m/s}^2 / 2,6 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2 = 3,8 \cdot 10^3$$

$$R_t/R_t = 3,8 \cdot 10^8 \text{ m} / 6,4 \cdot 10^6 \text{ m} = 0,59 \cdot 10^2 = 5,9 \cdot 10^1.$$

**I due rapporti non sono eguali. Eleviamo il secondo al quadrato**

$$R_t/R_t = 5,9^2 \cdot 10^2 = 3,5 \cdot 10^3.$$

**I DUE RAPPORTI SONO EGUALI. POSSIAMO PERCIÒ DIRE**

$$(R_t/R_t)^2 = g(R_t)/g(R_t).$$

L'accelerazione di gravità e quindi anche la forza di attrazione sono inversamente proporzionale al quadrato della distanza fra i due corpi .

La forza di attrazione terrestre è perciò direttamente proporzionale alla massa della terra e a quella del corpo che attira e inversamente proporzionale al quadrato della distanza.

$$F = G \cdot M_t \cdot m / R^2$$

Con G costante di gravitazione universale  $M_t$  massa della terra  $m$  massa del corpo e R distanza del corpo dal centro della terra.

$$R = R_t + h; F = G \cdot M_t \cdot m / (R_t + h)^2.$$

Se h è piccolo rispetto  $R_t$ , nella somma può essere trascurato. Da ciò deriva il fatto che in questo caso la forza di attrazione è costante, il peso di un corpo non cambia. L'attrazione che si ha tra la terra e il corpo è reciproca, nel senso che anche il corpo attira la terra, solo che, essendo la massa della terra >> della massa del corpo gli effetti di tale attrazione sulla terra sono nulli (l'accelerazione della terra è zero  $a_t = F/M_t$ ).

L'attrazione che si ha fra la terra e un corpo si ha anche fra due corpi qualsiasi e anche fra sole e pianeti dove il sole che ha massa molto maggiore gioca il ruolo della terra e quindi si può ritenere immobile e i pianeti il ruolo dei corpi.

**$F_s = G * M_s * M_p / R^2$  con R distanza sole pianeta.**

Questa legge di attrazione fu ottenuta da Newton che dimostrò anche il suo accordo con le tre leggi che Keplero aveva ottenuto tramite osservazioni astronomiche del moto dei pianeti, prendendo il sole come sistema di riferimento.

## QUANTITÀ DI MOTO E TERZA LEGGE DELLA DINAMICA.

Consideriamo due corpi che si urtano centralmente (la direzione della velocità è la stessa per i due corpi e non cambia durante l'urto).

Si può iniziare lo studio con due carrellini, inizialmente fermi, fra i quali è inserita una molla compressa. Quando la molla è libera di esplodere i carrellini partono in versi opposti in modo che  $m_1 v_1 = -m_2 v_2$ . La somma algebrica di queste due quantità (una è positiva, l'altra negativa) è zero, lo stesso valore prima dell'esplosione.

Si può proseguire l'esperienza, tenendo un carrellino fermo e lanciandogli contro un altro. Il prodotto  $m * v$  di un carrellino è nullo, per l'altro è diverso da zero. Dopo l'urto entrambi i carrellini, in genere, si muoveranno. Se indichiamo con  $v$  le velocità prima dell'urto e con  $v'$  dopo l'urto, in ogni caso si avrà:

$$m_1 v'_1 + m_2 v'_2 = m_1 v_1 + 0.$$

Se i carrellini si muovano entrambi prima dell'urto, sarà:

$$m_1 v'_1 + m_2 v'_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2.$$

Infine se le direzioni delle velocità non sono le stesse alla somma algebrica bisogna sostituire la somma vettoriale.

Il prodotto  $mv$  è una grandezza vettoriale che prende il nome di quantità di moto del corpo (unità di misura =  $\text{Kg} * \text{m/s}$ ). Nel nostro sistema, composto da due corpi, la quantità di moto del singolo corpo cambia, mentre la somma delle quantità di moto dei singoli corpi del sistema (quantità di moto del sistema) rimane costante nel tempo.

Esaminiamo che cosa succede durante l'urto dal punto di vista delle forze. Il carrellino 1 esercita per un tempo  $\Delta t$  una forza sul carrellino 2  $F_{1,2}$ , a sua volta il carrellino 2 esercita per lo stesso intervallo di tempo una forza su 1  $F_{2,1}$ . In tutti i casi una forza esercitata da un corpo è causata da un altro corpo. La forza di attrazione terrestre su un corpo è causata dalla terra, la spinta del carrellino nella rotaia a

cuscino d'aria dal corpo che cade verticalmente, la forza sulla porta che si apre dalla persona che entra etc. Quando, come capita nel caso dei due carrellini, le forze sono dovute a corpi che fanno parte del sistema, questo è detto isolato. Immaginiamo che durante il movimento uno dei due carrellini agganci un filo collegato tramite una carrucola ad un corpo che si trova sul pavimento. La velocità di detto carrellino diminuisce, mentre la velocità dell'altro rimane la stessa. In questo caso la somma delle due quantità di moto non è più costante. Il sistema composto sempre dai due carrellini non è più isolato, in quanto su uno dei due corpi agisce una forza dovuta al corpo che è sul pavimento, corpo che non fa parte del sistema. Da quanto detto possiamo enunciare il seguente principio di conservazione della quantità di moto:

**In un sistema isolato la quantità di moto del sistema rimane costante, si conserva.**

Riprendiamo in esame che cosa succede durante l'urto, immaginando che, durante l'intervallo di tempo di azione, le due forze rimangano costanti. I due corpi avranno due accelerazioni costanti.

$$\mathbf{a}_2 = \mathbf{F}_{1,2} / m_2; \mathbf{a}_1 = \mathbf{F}_{2,1} / m_1;$$

$$\Delta \mathbf{v}_2 / \Delta t = \mathbf{F}_{1,2} / m_2; \Delta \mathbf{v}_1 / \Delta t = \mathbf{F}_{2,1} / m_1;$$

$$m_2 \Delta \mathbf{v}_2 = \mathbf{F}_{1,2} \Delta t; m_1 \Delta \mathbf{v}_1 = \mathbf{F}_{2,1} \Delta t;$$

$$m_2 \mathbf{v}'_2 - m_2 \mathbf{v}_2 = \mathbf{F}_{1,2} \Delta t;$$

$$m_1 \mathbf{v}'_1 - m_1 \mathbf{v}_1 = \mathbf{F}_{2,1} \Delta t;$$

Le variazioni di quantità di moto dei corpi ( $= m \mathbf{v}'_i - m \mathbf{v}_i$ ) sono eguali al prodotto  $f \Delta t$ , chiamato anche impulso di una forza.

L'impulso, il prodotto della forza per il tempo di azione (unità di misura  $N \cdot s = Kg \cdot m/s$ ), è uguale alla variazione della quantità di moto.

Sommiamo membro a membro le ultime due eguaglianze:

$$m_1 \mathbf{v}'_1 + m_2 \mathbf{v}'_2 - (m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2) = \mathbf{F}_{1,2} \Delta t + \mathbf{F}_{2,1} \Delta t;$$

Siccome sappiamo che in un sistema isolato la quantità di moto è costante il primo membro è zero

$$\mathbf{F}_{1,2} \Delta t + \mathbf{F}_{2,1} \Delta t = 0; (\mathbf{F}_{1,2} + \mathbf{F}_{2,1}) \Delta t = 0$$

$$\mathbf{F}_{1,2} + \mathbf{F}_{2,1} = 0; \mathbf{F}_{1,2} = -\mathbf{F}_{2,1} \text{ (le due forze sono uguali e contrarie).}$$

Dalla conservazione della quantità di moto discende quindi che:

**se il corpo 1 esercita una forza sul corpo, quest'ultimo eserciterà sul primo una forza eguale e contraria( 3° principio della dinamica o principio di azione e reazione). INDICE**

Si può anche seguire la strada opposta ,dare per vero il 3° principio e da esso far seguire il principio di conservazione della quantità di moto. I due principi sono fra di loro equivalenti.