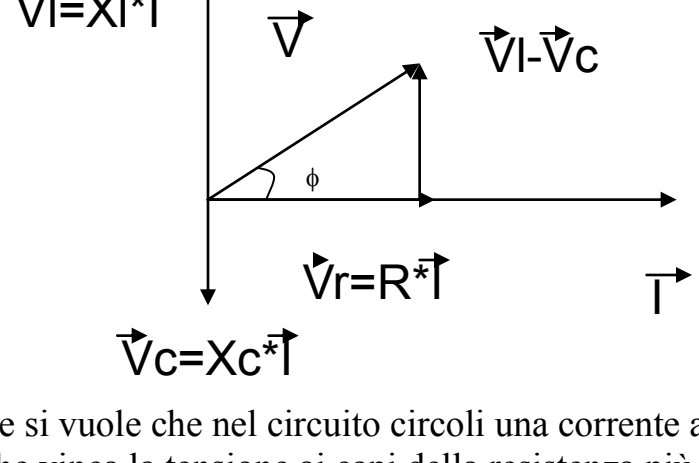
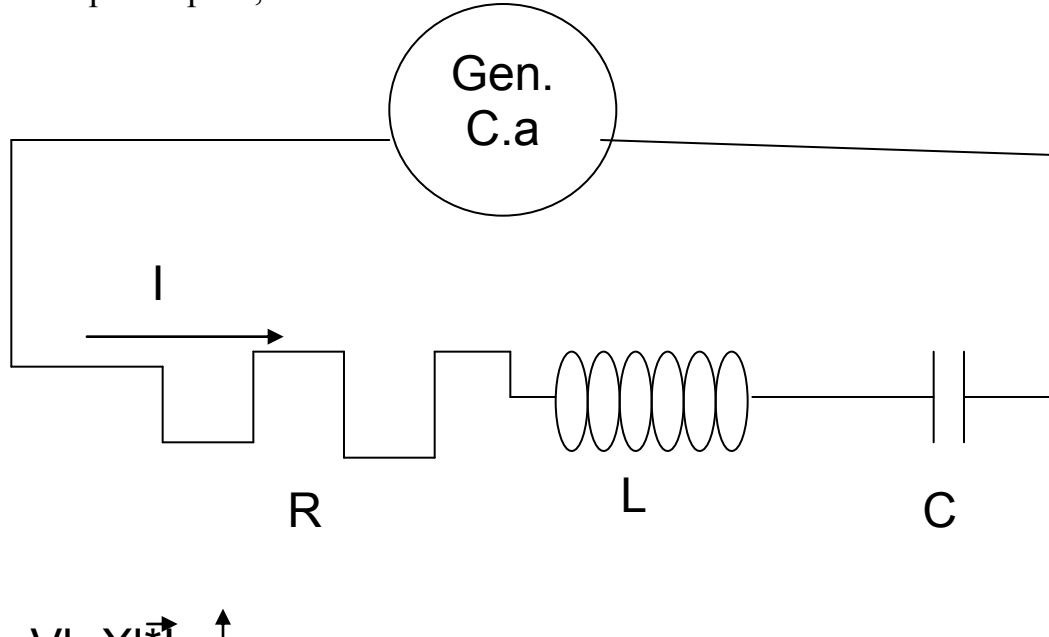


I circuiti reali in corrente alternata presentano sia l'effetto resistivo, sia quello induttivo sia infine il capacitivo. Per potere studiare la relazione fra tensione e corrente conviene pensare che essi siano formati da una resistenza pura (priva di effetti induttivi e capacitivi), da una induttanza pura e da una capacità pura, messi in serie.



Se si vuole che nel circuito circoli una corrente alternata I, si deve fornire al circuito una tensione che vinca la tensione ai capi della resistenza più quella ai capi della capacità e della induttanza. La tensione ai capi di R è una d.d.p alternata di frequenza eguale alla corrente ed in fase con i. Se i è rappresentato da un vettore ruotante con velocità angolare $\omega=2\pi*f$ e modulo I (pari al valore efficace), Vr sarà eguale ad un vettore parallelo ad I di modulo R*I. La tensione capacitiva è anche essa alternata con frequenza pari ad i, ma sfasata di 90 gradi in ritardo rispetto ad i. Vc sarà perciò rappresentato da un vettore che forma un angolo di 90 gradi in senso orario rispetto ad I e di modulo eguale a Xc*I. La tensione ai capi della induttanza sarà alternata ma 90 gradi in anticipo. Vl sarà perciò rappresentato da un vettore che forma un angolo di 90 gradi in senso antiorario rispetto ad I e di modulo Xi*I. La tensione del generatore è istante per istante la somma di queste tre tensioni e sarà rappresentata da un vettore che si ottiene facendo la somma dei tre vettori tensione. Se $Xl > Xc$ sarà $Vl > Vc$ e V sarà un vettore in anticipo di un angolo ϕ rispetto ad I. Il modulo di V si ottiene applicando il teorema di Pitagora al triangolo formato dai vettori Vr e (Vl - Vc).

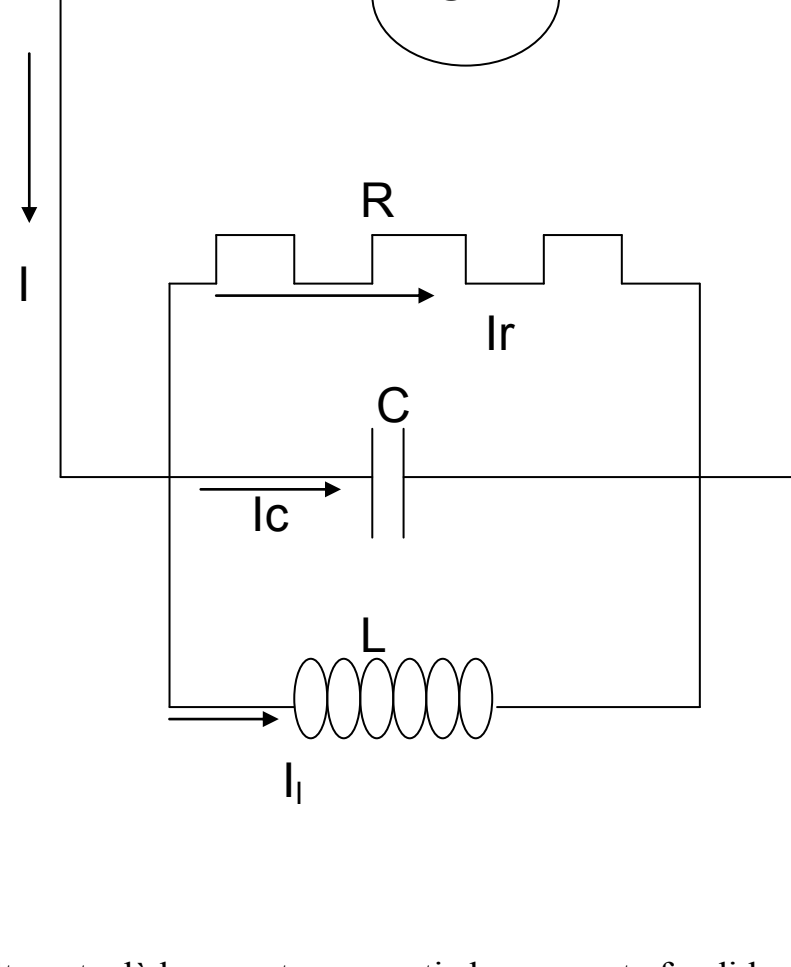
$$V = \sqrt{V_r^2 + (V_l - V_c)^2} = \sqrt{R^2 * I^2 + (Xl - Xc)^2 * I^2}$$

$$V = I * \sqrt{R^2 + (Xl - Xc)^2} = Z * I \quad \text{con } Z = \sqrt{R^2 + (Xl - Xc)^2}$$

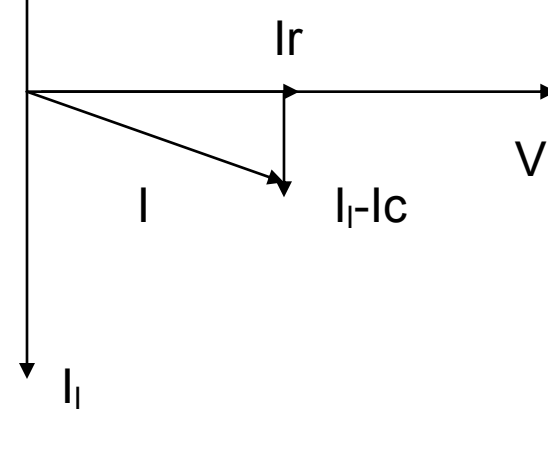
Z prende il nome di impedenza e la precedente è la legge di Ohm per i circuiti a corrente alternata. Si noti che al posto della sola R in c.a. si usa l'impedenza Z. L'angolo di sfasamento ϕ si può ottenere calcolando dal triangolo dei vettori o il coseno o la tangente dell'angolo.

$$\cos\phi = \frac{Vl - Vc}{V} = \frac{(Xl - Xc) * I}{Z * I}$$

Alla stessa conclusione si giunge se si immagina i tre componenti puri in parallelo fra di loro (vedi figura).



La tensione v alternata dà luogo a tre correnti che sommate fra di loro danno la corrente che circola nel circuito reale. Nel ramo resistivo circola una corrente che è in fase con la tensione v. Ir sarà rappresentato da un vettore che ha la stessa direzione e verso di V e il cui modulo è V*G (con $G=I_r/V$ costante che dipende dal circuito chiamata conduttanza). Nel ramo capacitivo circola una corrente che è in anticipo di fase di 90 gradi rispetto a v. Ic è perciò un vettore che forma un angolo di 90 gradi in senso antiorario rispetto a V e il cui modulo è V*Bc (con $B_c=I_c/V$ costante che dipende dal circuito chiamata suscettanza capacitiva). Nel ramo induttivo la corrente è in ritardo di 90 gradi rispetto alla tensione v. Il suo modulo è V*Bl (con $B_l=I_l/V$ costante che dipende dal circuito e chiamata suscettanza induttiva). La corrente totale è istante per istante la somma delle tre correnti e sarà rappresentata da un vettore I che è la somma vettoriale dei tre vettori corrente.



La corrente I è in ritardo di fase rispetto a V di un angolo ϕ e il suo modulo si può ottenere applicando il teorema di Pitagora al triangolo dei vettori delle correnti

$$I = \sqrt{G^2 * V^2 + (B_l - B_c)^2 * V^2} \quad \text{ponendo } B_l - B_c = B$$

$$I = V * \sqrt{G^2 + B^2}$$

Sappiamo che la stessa corrente è data da:

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{V}{\sqrt{R^2 + X^2}}$$

Perciò:

$$\frac{1}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \sqrt{G^2 + B^2}$$

Razionalizzando sarà:

$$\frac{\sqrt{R^2 + X^2}}{R^2 + X^2} = \sqrt{G^2 + B^2}$$

Elevando al quadrato primo e secondo membro

$$\frac{(\sqrt{R^2 + X^2})^2}{(R^2 + X^2)^2} = G^2 + B^2$$

$$\frac{R^2}{(R^2 + X^2)^2} + \frac{X^2}{(R^2 + X^2)^2} = G^2 + B^2$$

Da questa relazione si ottengono i valori di G e B in funzione di R e X

$$G = \frac{R}{Z} \quad B = \frac{X}{Z}$$